INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Programação Linear

Exercícios

Cap. V – Método Dual-Simplex

António Carlos Morais da Silva
Professor de I.O.

V. Método Dual-Simplex

1. Considere o seguinte problema de PL

   Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 + x_3$

   s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

   a. Calcular e apresentar a solução óptima sem utilizar a técnica das variáveis artificiais.
   b. Apresentar a solução óptima do problema Dual.

2. Considere o seguinte problema de PL

   Max $f(X) = -4x_1 - 2x_2 - 3x_3$

   s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 7 \\ 2x_1 & & & + & 3x_3 & \geq & 5 \\ & & 3x_2 & + & x_3 & \geq & 9 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

   a. Calcular e apresentar a solução óptima sem utilizar a técnica das variáveis artificiais.
   b. Apresentar a solução óptima do problema Dual.

3. Considere o seguinte problema de PL

   Min $f(X) = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

   s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & + & 2x_2 & & & \geq & 9 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \geq & 3 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 12 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

   a. Calcular e apresentar a solução óptima sem utilizar a técnica das variáveis artificiais.
   b. Apresentar a solução óptima do problema Dual.

4. Considere o seguinte problema de PL

   Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 - x_3$

   s.a.

$$\begin{array}{ccccccc} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

   a. Calcular e apresentar a solução óptima sem utilizar a técnica das variáveis artificiais.
   b. Apresentar a solução óptima do problema Dual.

5. Considere o seguinte problema de PL

   Max $f(X) = x_1 + x_2$

   s.a.

$$\begin{array}{ccccc} -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\ & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

   a. Calcular e apresentar a solução óptima sem utilizar a técnica das variáveis artificiais.
   b. Apresentar a solução óptima do problema Dual.

6. Indique as situações possíveis que decorrem do recurso a uma restrição artificial para aplicar o método Dual-Simplex.

INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Programação Linear

Soluções dos Exercícios

Cap. V – Método Dual-Simplex

António Carlos Morais da Silva
Professor de I.O.

1.

a.

Modelo proposto:

Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 + x_3$

$$\begin{array}{lllllll} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Multiplicam-se por "-1" as duas primeiras restrições técnicas que ficarão a ser do tipo "≤ " e assim evita-se a necessidade de recorrer à técnica das variáveis artificiais:

$$\begin{array}{lllllll} -5x_1 & & & + & 3x_3 & \leq & -7 \\ & - & 2x_2 & + & 5x_3 & \leq & -4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Quadro Inicial

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-5	0	3	1	0	0	-7	
F_2	0	-2	5	0	1	0	-4	
F_3	1	-3	0	0	0	1	3	
f(X)	-7	-5	-1	0	0	0	0	

Dispomos de Solução Básica Não Admissível do Primal (SBNAP).

Atendendo que o quadro é de uma minimização a leitura das variáveis auxiliares do problema Dual é feita em simetria (7 , 5 , 1). Como as variáveis de decisão do problema Dual são nulas temos uma Solução Básica Admissível do Dual (SBAD).

A existência simultânea de SBNAP e SBAD permite aplicar o método Dual-Simplex:

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-5	0	3	1	0	0	-7	SBNAP ; SBAD
F_2	0	-2	5	0	1	0	-4	Sai F_1
F_3	1	-3	0	0	0	1	3	Entra x_1
f(X)	-7	-5	-1	0	0	0	0	
x_1	1	0	-3/5	-1/5	0	0	7/5	SBNAP ; SBAD
F_2	0	-2	5	0	1	0	-4	Sai F_2
F_3	0	-3	3/5	1/5	0	1	8/5	Entra x_2
f(X)	0	-5	-26/5	-7/5	0	0	49/5	

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
x_2	0	1	-5/2	0	-1/2	0	2	SBAP ; SBAD
x_1	1	0	-3/5	-1/5	0	0	7/5	
F_3	0	0	-69/10	1/5	-3/2	1	38/5	
f(X)	0	0	-177/10	-7/5	-5/2	0	99/5	Solução óptima.

Solução Óptima do Primal: $X^T = [\ x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ F_1\ \ F_2\ \ F_3\ ] = [\ 7/5\ ,\ 2\ ,\ 0\ ,\ 0,\ 0\ ,\ 38/5\ ]$; Min f $(X^*) = 99/5$

b.

O modelo Original é:

Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 + x_3$

s.a.

$$\begin{array}{ccccccc} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

As restrições lógicas do Dual são y_1 , $y_2 \geq 0$ e $y_3 \leq 0$ pelo que a leitura dos coeficientes da equação de f(X) no quadro óptimo calculado tem que obedecer a estas restrições (notar que se alteraram restrições do modelo original…).

Solução Óptima do Dual: $Y^T = [\ y_1\ \ y_2\ \ y_3\ \ y_4\ \ y_5\ ] = [\ 7/5\ ,\ 5/2\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 177/10\ ]$; Max g $(Y^*) = 99/5$

2.

a.

Modelo proposto:

Max $f(X) = -4x_1 - 2x_2 - 3x_3$

s.a.

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 7 \\ 2x_1 & & & + & 3x_3 & \geq & 5 \\ & & 3x_2 & + & x_3 & \geq & 9 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Multiplicam-se por "-1" todas as restrições técnicas que ficarão a ser do tipo "≤ " e assim evita-se a necessidade de recorrer à técnica das variáveis artificiais:

$$\begin{array}{ccccccc} -x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & \leq & -7 \\ -2x_1 & & & - & 3x_3 & \leq & -5 \\ & - & 3x_2 & - & x_3 & \leq & -9 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Quadro Inicial

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-1	-2	-1	1	0	0	-7	
F_2	-2	0	-3	0	1	0	-5	
F_3	0	-3	-1	0	0	1	-9	
f(X)	4	2	3	0	0	0	0	

Dispomos de Solução Básica Não Admissível do Primal (SBNAP).

Atendendo que o quadro é de uma maximização a leitura das variáveis auxiliares do problema Dual é feita directamente (4, 2, 3) pelo que temos uma Solução Básica Admissível do Dual (SBAD).

A existência simultânea de SBNAP e SBAD permite aplicar o método Dual-Simplex:

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-1	-2	-1	1	0	0	-7	SBNAP; SBAD
F_2	-2	0	-3	0	1	0	-5	Sai F_3
F_3	0	-3	-1	0	0	1	-9	Entra x_2
f(X)	4	2	3	0	0	0	0	
x_2	0	1	1/3	0	0	-1/3	3	SBNAP; SBAD
F_1	-1	0	-1/3	1	0	-2/3	-1	Sai F_2
F_2	-2	0	-3	0	1	0	-5	Entra x_3
f(X)	4	0	7/3	0	0	2/3	-6	
x_3	2/3	0	1	0	-1/3	0	5/3	SBNAP; SBAD
x_2	-2/9	1	0	0	1/9	-1/3	22/9	Sai F_1
F_1	-7/9	0	0	1	-1/9	-2/3	-4/9	Entra F_3
f(X)	22/9	0	0	0	7/9	2/3	-89/9	
F_3	7/6	0	0	-3/2	1/6	1	2/3	SBAP ; SBAD
x_3	2/3	0	1	0	-1/3	0	5/3	
x_2	1/6	1	0	-1/2	1/6	0	8/3	
f(X)	5/3	0	0	1	2/3	0	-31/3	Solução óptima

Solução Óptima do Primal: $X^T = [\ x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ F_1\ \ F_2\ \ F_3\ ] = [\ 0\ , 8/3\ , 5/3\ , 0\ , 0\ , 2/3\ ]$; Max f (X) = -31/3 b.

O modelo Original é:

Max $f(X) = -4x_1 - 2x_2 - 3x_3$

s.a.

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 7 \\ 2x_1 & & & + & 3x_3 & \geq & 5 \\ & & 3x_2 & + & x_3 & \geq & 9 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

As restrições lógicas do Dual são y_1 , y_2 , $y_3 \leq 0$ pelo que a leitura dos coeficientes da equação de f(X) no quadro óptimo calculado tem que obedecer a estas restrições (notar que se alteraram restrições do modelo original…).

Solução Óptima do Dual: $Y^T = [\, y_1 \; y_2 \; y_3 \; y_4 \; y_5 \; y_6 \,] = [\, -1 , -2/3 , 0 , 5/3 , 0 , 0 \,]$; Min $g(Y^*) = -31/3$

3.

a.

Modelo proposto:

Min $f(X) = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

s.a.

$$\begin{array}{ccccccc} 2x_1 & + & 2x_2 & & & \geq & 9 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \geq & 3 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 12 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Multiplicam-se por "-1" todas as restrições técnicas que ficarão a ser do tipo "≤ " e assim evita-se a necessidade de recorrer à técnica das variáveis artificiais:

$$\begin{array}{ccccccc} -2x_1 & - & 2x_2 & & & \geq & -9 \\ -3x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \geq & -3 \\ -3x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & \geq & -12 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Quadro Inicial

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-2	-2	0	1	0	0	-9	
F_2	-3	1	-1	0	1	0	-3	
F_3	-3	-2	-1	0	0	1	-12	
f(X)	-2	-1	-3	0	0	0	0	

Dispomos de Solução Básica Não Admissível do Primal (SBNAP).

Atendendo que o quadro é de uma minimização a leitura das variáveis auxiliares do problema Dual é feita em simetria (2 , 1 , 3). Como as variáveis de decisão do problema Dual são nulas temos uma Solução Básica Admissível do Dual (SBAD).

A existência simultânea de SBNAP e SBAD permite aplicar o método Dual-Simplex:

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-2	-2	0	1	0	0	-9	SBNAP; SBAD
F_2	-3	1	-1	0	1	0	-3	Sai F_3
F_3	-3	-2	-1	0	0	1	-12	Entra x_2
f(X)	-2	-1	-3	0	0	0	0	
x_2	3/2	1	1/2	0	0	- 1/2	6	SBNAP; SBAD
F_1	1	0	1	1	0	-1	3	Sai F_2
F_2	-9/2	0	-3/2	0	1	1/2	-9	Entra x_1
f(X)	- 1/2	0	-5/2	0	0	- 1/2	6	
x_1	1	0	1/3	0	- 2/9	- 1/9	2	SBAP ; SBAD
x_2	0	1	0	0	1/3	- 1/3	3	
F_1	0	0	2/3	1	2/9	- 8/9	1	
f(X)	0	0	-7/3	0	- 1/9	- 5/9	7	Solução óptima

Solução Óptima do Primal: $X^T = [\ x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ F_1\ \ F_2\ \ F_3\ ] = [\ 2 , 3 , 0 , 1 , 0 , 0\ ]$; Min f (X) = 7

b.

O modelo Original é:

$$\text{Min } f(X) = 2x_1 + x_2 + 3x_3$$

s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & + & 2x_2 & & & \geq & 9 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \geq & 3 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 12 \\ & & & x_1 , x_2 , x_3 & & \geq & 0 \end{array}$$

As restrições lógicas do Dual são $y_1 , y_2 , y_3 \geq 0$ pelo que a leitura dos coeficientes da equação de f(X) no quadro óptimo calculado tem que obedecer a estas restrições (notar que se alteraram restrições do modelo original…).

Solução Óptima do Dual: $Y^T = [\ y_1\ \ y_2\ \ y_3\ \ y_4\ \ y_5\ \ y_6\ ] = [\ 0 , 1/9 , 5/9 , 0 , 0 , 7/3\ ]$; Max g (Y^*) = 7

4.

a.

Modelo proposto:

Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 - x_3$

s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Multiplicam-se por "-1" as restrições técnicas do tipo "≥" que ficarão a ser do tipo "≤ " e assim evita-se a necessidade de recorrer à técnica das variáveis artificiais:

$$\begin{array}{rcrcrcr} -5x_1 & & & + & 3x_3 & \leq & -7 \\ & - & 2x_2 & + & 5x_3 & \leq & -4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Quadro Inicial

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	VSM	Obs.
F_1	-5	0	3	1	0	0	-7	
F_2	0	-2	5	0	1	0	-4	
F_3	1	-3	0	0	0	1	3	
f(X)	-7	-5	1	0	0	0	0	

Dispomos de Solução Básica Não Admissível do Primal (SBNAP).

Atendendo que o quadro é de uma minimização a leitura das variáveis auxiliares do problema Dual é feita em simetria (7 , 5 , -1) o que não é admissível pois uma das coordenadas é negativa e as variáveis auxiliares são utilizadas com a restrição lógica de não negatividade.

Temos pois uma Solução Básica Não Admissível do Dual (SBNAD) pelo que o método Dual-Simplex não pode ser utilizado.

É necessário recorrer a uma restrição artificial em que o primeiro membro é a soma das variáveis do Primal que são complementares das variáveis duais cujo valor corrente não é admissível.

Neste caso só existindo $y_6 = -1$, que é complementar da variável x_3 , a restrição artificial é:

$$x_3 \leq M \quad \text{(big M)}$$

Esta restrição, que na forma-padrão do Simplex é $x_3 + x_0 = M$ (x_0 é a variável de folga), é agora registada no quadro inicial (problema aumentado) e usada para efectuar a transformação linear que permitirá obter uma solução básica admissível para o problema Dual e assim reunir as condições necessárias para utilizar o método Dual-Simplex.

Quadro Inicial aumentado

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	x_0	VSM	Obs.
F_1	-5	0	3	1	0	0	0	-7	
F_2	0	-2	5	0	1	0	0	-4	
F_3	1	-3	0	0	0	1	0	3	
x_0	0	0	1	0	0	0	1	M	
f(X)	-7	-5	1	0	0	0	0	0	

Transformação Linear obrigatória

A variável x_0 troca com a variável do Primal, presente na restrição artificial, que é complementar da variável auxiliar do Dual com valor "mais inadmissível" (valor negativo com maior valor absoluto).

Neste caso só há uma variável auxiliar do Dual com valor não admissível (y_6), complementar de x_3 pelo que:

Entra x_3 ; Sai x_0

No novo quadro vamos dispor de uma Solução Básica Admissível do Dual (SBAD) pelo que podemos utilizar o método Dual-Simplex:

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	x_0	VSM	Obs.
x_3	0	0	1	0	0	0	1	M	SBNAP; SBAD
F_1	-5	0	0	1	0	0	-3	-7 - 3M	Sai F_2
F_2	0	-2	0	0	1	0	-5	-4 - 5M	Entra x_0
F_3	1	-3	0	0	0	1	0	3	
f(X)	-7	-5	0	0	0	0	-1	-M	
x_0	0	2/5	0	0	-1/5	0	1	4/5 + M	SBNAP; SBAD
x_3	0	-2/5	1	0	1/5	0	0	-4/5	Sai F_1
F_1	-5	6/5	0	1	-3/5	0	0	-23/5	Entra F_2
F_3	1	-3	0	0	0	1	0	3	Eliminar x_0 (é VB…)
f(X)	-7	-23/5	0	0	-1/5	0	0	4/5	
F_2	25/3	-2	0	-5/3	1	0		23/3	SBNAP; SBAD
x_3	-5/3	0	1	1/3	0	0		-7/3	Sai x_3
F_3	1	-3	0	0	0	1		3	Entra x_1
f(X)	-16/3	-5	0	-1/3	0	0		7/3	
x_1	1	0	-3/5	-1/5	0	0		7/5	SBNAP; SBAD
F_2	0	-2	5	0	1	0		-4	Sai F_2
F_3	0	-3	3/5	1/5	0	1		8/5	Entra x_2
f(X)	0	-5	-16/5	-7/5	0	0		49/5	

VB	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	x_0	VSM	Obs.
x_2	0	1	-5/2	0	-1/2	0		2	SBAP ; SBAD
x_1	1	0	-3/5	-1/5	0	0		7/5	
F_3	0	0	-69/10	1/5	-3/2	1		38/5	
f(X)	0	0	-157/10	-7/5	-5/2	0		99/5	Solução óptima

Solução Óptima do Primal: $X^T = [\ x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ F_1\ \ F_2\ \ F_3\ ] = [\ 7/5\ ,\ 2\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 38/5\ ]$; Min f (X) = 99/5

b.

O modelo Original é:

Min $f(X) = 7x_1 + 5x_2 - x_3$

s.a.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 5x_1 & & & - & 3x_3 & \geq & 7 \\ & & 2x_2 & - & 5x_3 & \geq & 4 \\ x_1 & - & 3x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3 & & \geq & 0 \end{array}$$

As restrições lógicas do Dual são y_1 , $y_2 \geq 0$ e $y_3 \leq 0$ pelo que a leitura dos coeficientes da equação de f(X) no quadro óptimo calculado tem que obedecer a estas restrições (notar que se alteraram restrições do modelo original…).

Solução Óptima do Dual: $Y^T = [\ y_1\ \ y_2\ \ y_3\ \ y_4\ \ y_5\ \ y_6\ ] = [\ 7/5\ ,\ 5/2\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 157/10\ ]$; Max g (Y^*) = 99/5

5.

a.

Modelo proposto:

Max $f(X) = x_1 + x_2$

s.a.

$$\begin{array}{rcrcl} -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\ & & x_1\ ,\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Multiplica-se por "-1" a segunda restrição técnica do tipo "≥" para ficar do tipo "≤ " e assim evitar a necessidade de recorrer à técnica das variáveis artificiais:

$$\begin{array}{rcrcl} -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & - & x_2 & \leq & -1 \\ & & x_1\ ,\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Quadro Inicial

VB	x_1	x_2	F_1	F_2	VSM	Obs.
F_1	-1	2	1	0	4	
F_2	1	-1	0	1	-1	
f(X)	-1	-1	0	0	0	

Dispomos de Solução Básica Não Admissível do Primal (SBNAP).

Atendendo que o quadro é de uma maximização a leitura das variáveis auxiliares do problema Dual é feita directamente no quadro (-1 , -1) o que não é admissível pois as variáveis auxiliares são utilizadas com a restrição lógica de não negatividade.

Temos pois uma Solução Básica Não Admissível do Dual (SBNAD) pelo que o Dual-Simplex não pode ser utilizado.

É necessário recorrer a uma restrição artificial em que o primeiro membro é a soma das variáveis do Primal que são complementares das variáveis duais cujo valor corrente não é admissível.

Neste caso existindo $y_3 = y_4 = -1$, que são complementares das variáveis x_1 e x_2 , a restrição artificial é:

$$x_1 + x_2 \leq M \quad \text{(big M)}$$

Esta restrição, que na forma-padrão do Simplex é $x_1 + x_2 + x_0 = M$ (x_0 é a variável de folga), é agora registada no quadro inicial (problema aumentado) e usada para efectuar a transformação linear que permitirá obter uma solução básica admissível para o problema Dual e assim reunir as condições necessárias para utilizar o método Dual-Simplex.

Quadro Inicial aumentado

VB	x_1	x_2	F_1	F_2	x_0	VSM	Obs.
F_1	-1	2	1	0	0	4	
F_2	1	-1	0	1	0	-1	
x_0	1	1	0	0	1	-1	
f(X)	-1	-1	0	0	0	0	

Transformação Linear obrigatória

A variável x_0 troca com a variável do Primal, presente na restrição artificial, que é complementar da variável auxiliar do Dual com valor "mais inadmissível" (valor negativo com maior valor absoluto).

Neste caso, há empate, podendo escolher-se x_1 ou x_2.

Escolhendo x_1 decide-se:

Entra x_1 ; Sai x_0

No novo quadro vamos dispor de uma Solução Básica Admissível do Dual (SBAD) pelo que podemos utilizar o método Dual-Simplex:

VB	x_1	x_2	F_1	F_2	x_0	VSM	Obs.
x_1	1	1	0	0	1	M	SBNAP ; SBAD
F_1	0	3	1	0	1	4 + M	Sai F_2
F_2	0	-2	0	1	-1	- M - 1	Entra x_2
f(X)	0	0	0	0	1	M	
x_2	0	1	0	-1/2	1/2	M/2 + 1/2	SBNAP ; SBAD
x_1	1	0	0	1/2	1/2	M/2 -1/2	Sai F_1
F_1	0	0	1	3/2	-1/2	-M/2 + 5/2	Entra x_0
f(X)	0	0	0	0	1	M	
x_0	0	0	-2	-3	1	M - 5	SBAP ; SBAD
x_2	0	1	1	1	0	3	
x_1	1	0	1	2	0	2	
f(X)	0	0	2	3	0	5	Solução óptima

Nota final: veja-se que x_0 retornou à base do que resulta valor finito para as variáveis do modelo presentes na restrição artificial. Quando ocorre esta situação a linha e coluna de x_0 podem ser eliminadas. Porquê?

b.

O modelo Original é:

Max $f(X) = x_1 + x_2$

s.a.

$$
\begin{array}{rcrcl}
-x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\
-x_1 & + & x_2 & \geq & 1 \\
 & & x_1 , x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

As restrições lógicas do Dual são $y_1 \geq 0$ e $y_2 \leq 0$ pelo que a leitura dos coeficientes da equação de f(X) no quadro óptimo calculado tem que obedecer a estas restrições (notar que se alteraram restrições do modelo original…).

Solução Óptima do Dual: $Y^T = [\ y_1\ \ y_2\ \ y_3\ \ y_4\ ] = [\ 2 , -3 , 0 , 0\ ]$; Min $g(Y^*) = 5$

6.

As situações que podem surgir são:

1ª: Problema aumentado tem solução óptima admissível:

- Variável de folga da restrição artificial (x_0) é VB

  Solução óptima do problema aumentado é solução óptima do problema original (só x_0 tem valor ilimitado)

- Variável de folga da restrição artificial (x_0) é VNB

  O problema original, em regra, não tem solução óptima finita (uma ou mais das variáveis da restrição artificial se forem VB têm valor ilimitado…)

2ª: Problema aumentado não tem soluções admissíveis:

O problema original também as não tem.