

INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

PROGRAMAÇÃO LINEAR

(Textos actualizados em 2006)

António Carlos Morais da Silva
Professor de I.O.

CAPÍTULO I - Programação Linear (PL)

Página

Introdução	1
Interpretação Geométrica	2
Traçado das Rectas e Identificação do Espaço de Soluções admissíveis	3
Determinação do Ponto Ótimo	4
Formulação Matemática do Modelo de PL	7

CAPÍTULO II - MODELOS DE PL

Utilização de Máquinas	1
Turnos de Produção	3
Produção de Conjuntos de peças	6
Optimização de Necessidades de Pessoal	8
Problema de Afectação	11
Problema de Encaminhamento	14
Problema de Mistura	16
Problema de Transporte	19
Problema de Localização	21
Problema de Produção interdependente	22
Produção de Produção recorrendo a variáveis binárias	24
Problema de Planeamento	25
Problema de produção interdependente	28
Restrição Particular	30
Localização	31
Produção de componentes	33
Produção de componentes	34
Publicidade	35
Aluguer de viaturas	37
Produção de gelado	39
Contratação de pessoal	40
Programar descarga de viaturas	42
Produção integrada	43
Problema da Mochila	44
Problema de decisão	45
Problema do caixeiro-viajante	46
Problema de cobertura do grafo	49
Problema de cobertura do grafo	51
Produção com custos fixos	55
Produção com custos fixos	57
Produzir/Não produzir	59

Uso de variáveis binárias	60
Uso de variáveis binárias	62
Segundos membros alternativos	64
Satisfazer subconjunto de restrições	65

CAPÍTULO III – BASES TEÓRICAS DO MÉTODO DO SIMPLEX

Modelo de Programação Linear	1
Sistemas de Equações Lineares	2
Combinação Linear Convexa	4
Conjunto Convexo	6
Pontos Extremos de um Conjunto Convexo	6
Poliedro Convexo Mínimo	7
Forma Padrão do Modelo de Programação Linear	7
Restrição Técnica do tipo " \leq "	8
Restrição Técnica do tipo " \geq "	8
Termo Independente Negativo	8
Variável Não Positiva	9
Variável Livre (sem restrição de sinal)	9
Variável com Limite Inferior	10
Maximização / Minimização da Função-Objectivo	11
Exemplo de redução de um modelo de PL à forma padrão do Simplex	11
Soluções do modelo de PL	11
Análise do Sistema de Equações $AX=B$ ($X \geq 0$)	13
Conjunto de soluções admissíveis (conjunto Convexo)	13
Soluções básicas admissíveis - Extremos do Convexo	13
Extremos do Convexo - Soluções básicas admissíveis	13
Exemplo	16
Solução Óptima do modelo de PL atingida <u>em pelo menos um dos extremos</u> do convexo	19
Mudança de Extremo	20
Escolha do vector (variável) para a nova base / Critério de Optimalidade	24
Exemplo de Aplicação	26

CAPÍTULO IV - MÉTODO GRÁFICO

Graficar as restrições	1
Variáveis de Folga	3
Convexo de Soluções	3
Extremos do Convexo de Soluções	5
Solução Óptima	7
Solução Óptima Indeterminada	7

CAPÍTULO V - MÉTODO DO SIMPLEX

Introdução	1
Soluções do sistema de equações da forma-padrão	1
Auto Teste	8
Solução do Auto Teste	9
Método do Simplex (maximização da função objectivo)	11
Aspectos práticos na construção do quadro do Simplex	19
Técnica das variáveis Artificiais	20
Método do Big "M"	22
Método dos Dois Passos (Duas Fases)	25
Auto teste	31
Solução do auto teste	32
Método Simplex – Situações particulares	34

CAPÍTULO VI - VERSÃO MATRICIAL DO SIMPLEX

Versão Matricial do Simplex	1
Exemplo de aplicação	6
Auto Teste	10
Solução do auto teste	11

CAPÍTULO VII - DUALIDADE E INTERPRETAÇÃO ECONÓMICA

Modelo Dual	1
Exemplo de formalização	3
Caso particular da Restrição Primal do tipo " $=$ "	5
Caso particular da Restrição Primal do tipo " \geq "	6
Caso particular de Variável do Primal do tipo " ≤ 0 " (variável não positiva)	6
Quadro-Resumo	6
Propriedades Fundamentais da Dualidade	6
Exemplo de Aplicação	13
Auto Teste	15
Solução do Auto Teste	16
Relações adicionais Primal-Dual	18
Interpretação Económica	20
Eliminar anti economia	23
Exemplo de Aplicação	26
Classificação das Soluções Óptimas do Modelo Dual	18

CAPÍTULO VIII - MÉTODO DUAL SIMPLEX

Introdução	1
Método Dual Simplex	2
Identificar as Variáveis seleccionáveis para sair da base	4
Seleccionar a variável que deve entrar para a base	4
Resumo do Método	6
Exemplo de Aplicação nº1	6
Exemplo de Aplicação nº2	9
Método da Restrição artificial	12
Exemplo com restrição artificial (minimização)	15
Exemplo com restrição artificial (solução ilimitada)	17
Auto Teste	20
Solução do auto teste	21

CAPÍTULO IX - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Análise de Sensibilidade dos Segundos Membros das restrições técnicas	5
Análise de Sensibilidade dos Coeficientes da função objectivo	12
Exemplo de aplicação	20
Auto Teste	26
Solução do Auto Teste	28

CAPÍTULO X - PROGRAMAÇÃO LINEAR PARAMÉTRICA

Técnica para parametrizar um segundo membro	1
Técnica para parametrizar um coeficiente de $f(X)$	2
Parametrização dos Coeficientes da Função Objectivo	4
Parametrização dos Segundos Membros das Restrições Técnicas	11
Auto Teste nº 1 - Parametrização de coeficiente de função objectivo	15
Solução do Auto Teste nº 1 - Parametrização de coeficiente de função objectivo	16
Auto Teste nº 2 - Parametrização de Segundo membro de restrição técnica	17
Solução do Auto Teste nº 2 - Parametrização de Segundo membro de restrição técnica	18
Caso Particular de Parametrização	19
Auto Teste nº 3	22
Solução do auto teste nº 3	23

CAPÍTULO XI - PÓS-OPTIMIZAÇÃO

Alteração discreta dos segundos membros das restrições	3
Alteração discreta dos coeficientes da função-objectivo	5
Alteração discreta de coeficientes técnicos das variáveis de decisão	8

Introdução de novas variáveis de Decisão	10
Introdução de novas Restrições Técnicas	12

CAPÍTULO XII - PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

O problema de Programação Inteira	3
Enumeração Completa	5
Enumeração implícita	6
Branch and Bound	12
Exemplo de Maximização (PLIP - Branch and Bound)	13
Auto Teste	21
Solução do auto teste	22
Exemplo de Minimização (PLIP - Branch and Bound)	24
Programação Linear Inteira Binária	27
Exemplo de PLIB	28
Programação Linear Inteira Mista	32
Exemplo de PLIM	32

CAPÍTULO XIII - PROGRAMAÇÃO POR METAS

Programação Multicritério	1
Programação por Metas	1
Critério adicional	1
Conceito de Meta	3
Exemplo de aplicação	5
Metas com Prioridade (resolução sequencial)	6
Metas com Prioridade (resolução com objectivo único)	9