Georges Louis Leclerc (1707-1788)

Conde de Buffon

Problema da Agulha de Buffon

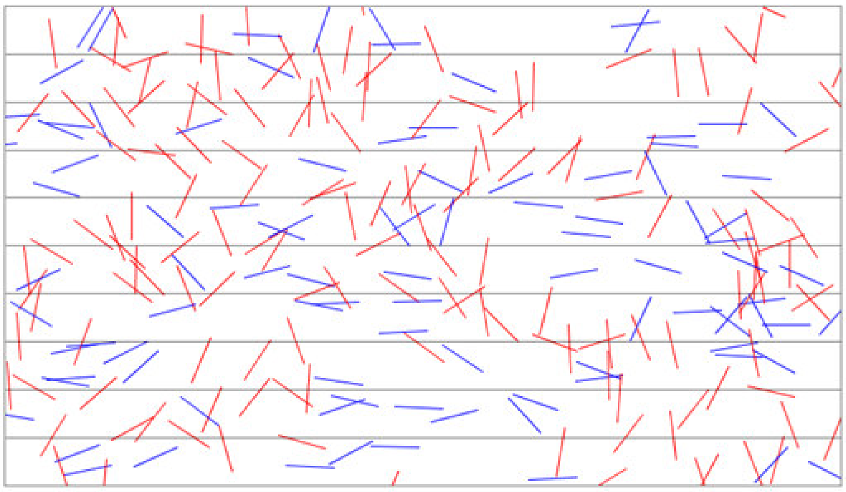
Conta-se que o conde de Buffon, internado num hospital, “matava o tempo” lançando ao chão o escarificador do cachimbo que tinha um comprimento igual ao da largura das tábuas do soalho.

Tendo registado o número “n” de lançamentos e o número “k” de vezes que o escarificador intersectou a junção das tábuas concluiu que o quociente “k/n” era aproximadamente igual a $2/\pi \approx 0.6366$.

A figura seguinte mostra o resultado da simulação de n=250 lançamentos de um escarificador (<u>de dimensão igual à largura das “tábuas do soalho”</u>) em que se registaram k=153 intersecções das junções das “tábuas” do soalho” (cor vermelha).

Neste caso ao quociente k/n=153/250=0.612 associa-se um valor aproximado para “π” igual a 3.2679.

Total de agulhas nas retas:	k= 153	Total de agulhas sorteadas:	n = 250
Razão:	0.61200000...	(1/Razão) × 2:	3.26797385...

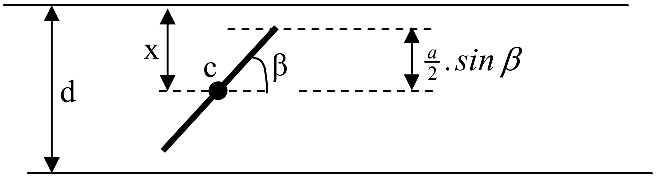


O problema (caso mais simples)

Considere-se um plano dividido por rectas paralelas com distância “d” entre si.

Quando se atira uma agulha (segmento de recta) de comprimento “a” (a=d) ao acaso, a probabilidade da agulha intersectar uma das rectas é P=2/π.

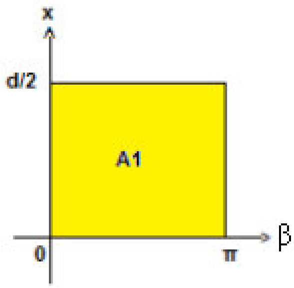
Demonstração (notar que a=d é o comprimento da agulha)



Na figura:

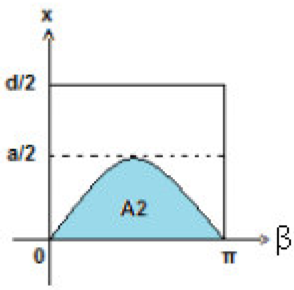
- “d” é a distância entre rectas paralelas adjacentes igual ao comprimento “a” da agulha
- “x” é a distância do centro da agulha à recta mais próxima; pertence ao intervalo [0 , d/2]
- “β” é o menor ângulo entre a agulha e a as rectas; pertence ao intervalo [0 , π]

A área de probabilidade é $A1 = \frac{d}{2}\pi$ (todos os casos possíveis):



São casos favoráveis (agulha intersecta uma recta) aqueles em que $\frac{a}{2} sin\,\beta \geq x$.

A região onde temos $\frac{a}{2} sin\,\beta \geq x$ é a seguinte:



A área A2 é igual a $\int_0^{\pi} \frac{a}{2} sin\,\beta = \frac{a}{2}\int_0^{\pi} sin\,\beta = \frac{a}{2}\left|-cos\,\beta\right|_0^{\pi} = \frac{a}{2}\left[-cos(\pi)+cos(0)\right] = \frac{a}{2}\left[1+1\right] = a$

A probabilidade “P” de a agulha intersectar uma recta é pois $\frac{A2}{A1} = \frac{a}{\frac{d}{2}\pi} = \frac{2a}{d\pi}$

Para o caso em que “a=d” a probabilidade “P” é $\frac{2}{\pi}(q.e.d)$