

Corte 1D ("Cutting stock")

Chapa de vidro em stock tem 100 cm de largura e 100 cm de comprimento.

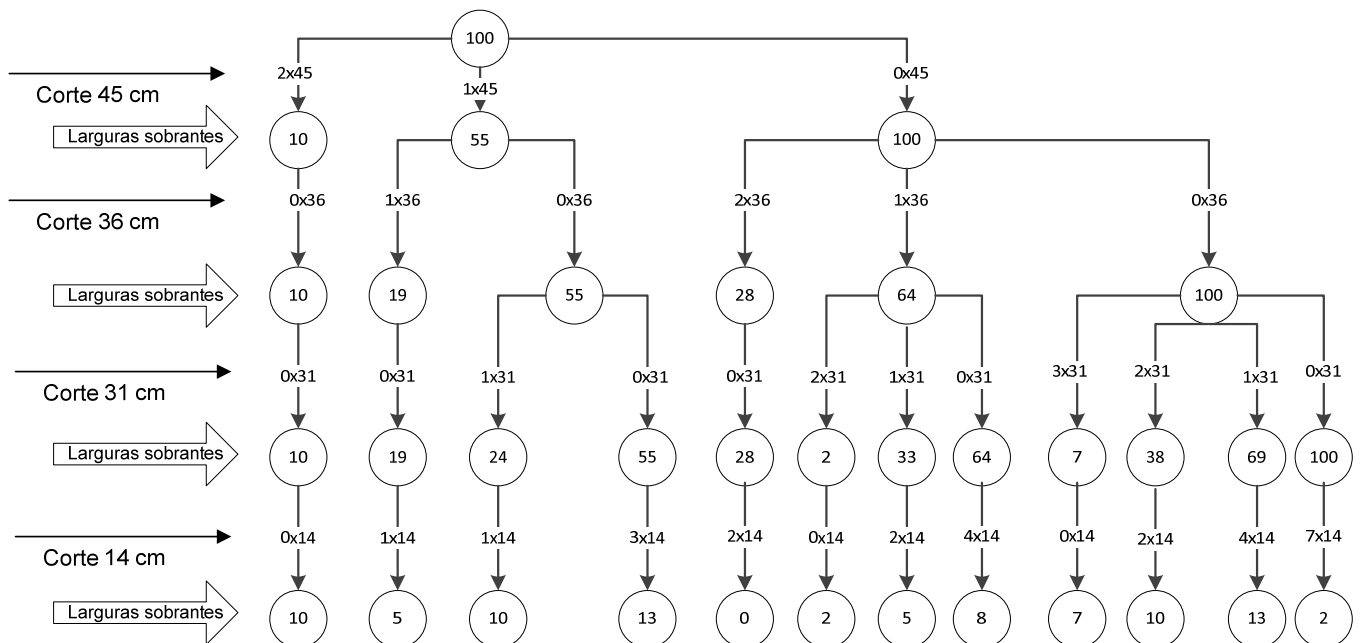
Encomenda:

- 10 chapas de 45 cm de largura e 100 cm de comprimento
- 10 chapas de 36 cm de largura e 100 cm de comprimento
- 10 chapas de 31 cm de largura e 100 cm de comprimento
- 10 chapas de 14 cm de largura e 100 cm de comprimento

Como efectuar os cortes?

SOLUÇÃO

1º Listar os padrões de corte admissíveis e as sobras restantes



Há 12 padrões de corte.

Por exemplo, o nº3 indica o corte, em cada chapa do stock, de 1 peça de 45 cm, 1 peça de 31 cm e 1 peça de 14 cm. A largura sobranse é de 10 cm.

Padrão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
45 cm	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
36 cm	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0
31 cm	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0
14 cm	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7
Sobra	10	5	10	13	0	2	5	8	7	10	13	2

2º Usar um modelo de programação linear inteira que indique quantas vezes deve ser usado cada um dos 12 padrões de corte para satisfazer as encomendas minimizando as sobras totais.

Considerando x_j o número de vezes que deve ser usado o padrão de corte " j " (1 a 12), o modelo de programação linear Inteira é o seguinte:

$$\text{Min } f(X) = 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 13x_4 + 0x_5 + 2x_6 + 5x_7 + 8x_8 + 7x_9 + 10x_{10} + 13x_{11} + 2x_{12}$$

s.a.

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \geq 10$$

$$0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 2x_5 + 1x_6 + 1x_7 + 1x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} + 0x_{12} \geq 10$$

$$0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 2x_6 + 1x_7 + 0x_8 + 3x_9 + 2x_{10} + 1x_{11} + 0x_{12} \geq 10$$

$$0x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 0x_6 + 2x_7 + 4x_8 + 0x_9 + 2x_{10} + 4x_{11} + 7x_{12} \geq 10$$

$$x_j \geq 0 \text{ e Inteiro } (j=1 \text{ a } 12)$$

3º Resolver o modelo de PL

<input type="radio"/> Max	Nº de Var. Decisão												12	
<input checked="" type="radio"/> Min														
Integralidade (clique)	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Sinal	2º membro
Lim. Superior	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000		
Lim. Inferior	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
f(X)=	10	5	10	13	0	2	5	8	7	10	13	2		
Restrição 1	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	>=	10
Restrição 2	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	>=	10
Restrição 3	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0	>=	10
Restrição 4	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7	>=	10

	Variável	Valor
ÓPTIMO	x1	5
	x5	5
	x6	5
	f(X)=	60

Padrão nº 1

45	45	10
----	----	----

Padrão nº 5

36	36	14	14
----	----	----	----

Padrão nº 6

36	31	31	2
----	----	----	---

Usar 5 vezes cada um destes padrões de corte

Verifica-se que se obtém o material encomendado mas que além do desperdício (5 tiras de 10cm e 5 tiras de 2 cm) são cortados 15 chapas de 36 cm quando só estão encomendadas 10 chapas (o total do desperdício é pois $f(X) + (45)(36) = 60+1620=1680\text{cm!}$).

Este enorme desperdício mostra que o modelo não deve ser organizado tal como se apresentou sendo necessário associar à função, como desperdício, tudo o que for cortado para além da encomenda o que obriga a considerar variáveis excedentárias em cada uma das restrições técnicas e cumprir estas na forma de igualdade. Acrescentando o termo $-E_i$ a cada uma das restrições e a $f(X)$ $+45E_1 + 36E_2 + 31E_3 + 14E_4$ teremos o novo modelo:

Max Nº de Var. Decisão 16
 Min

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	E1	E2	E3	E4	Sinal	2º membro
Integralidade (clique)	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int	Int		
Lim. Superior	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000		
Lim. Inferior	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f(X)=$	10	5	10	13	0	2	5	8	7	10	13	2	45	36	31	14		
Restrição 1	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1				=	10
Restrição 2	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0		-1			=	10
Restrição 3	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0			-1		=	10
Restrição 4	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7				-1	=	10

A solução óptima (não única) é agora:

	Variável	Valor
ÓPTIMO	x1	4
	x2	1
	x4	1
	x5	3
	x6	3
	x9	1
	x10	1
	E3	1
	E4	2
	$f(X)=$	140

	Chapas de 45 cm	Chapas de 36 cm	Chapas de 31 cm	Chapas de 14 cm	Desperdício (cm)
4 vezes o padrão 1	8				40
1 vez o padrão 2	1	1		1	5
1 vez o padrão 4	1			3	13
3 vezes o padrão 5		6		6	0
3 vezes o padrão 6		3	6		6
1 vez o padrão 9			3		7
1 vez o padrão 10			2	2	10

Desperdício total = 140 cm (1 chapa de 31 cm e 2 chapas de 14 cm além da encomenda).

Notar a dimensão do desperdício agora e o associado ao modelo anterior.